

## Bezeichnungen in der Mathematik

Bei der Lektüre mathematischer Werke fällt mir auf, daß nur selten ein komplettes und benutzerfreundliches Symbolverzeichnis mitgeliefert wird. Hier wird einfach unterstellt, daß der Leser weiß, was die Zeichen  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{R}^+$ ,  $\mathbb{R}_+$ ,  $\subset$ ,  $\log$  und  $\sim$  bedeuten. Aber weder Mathematiker noch Anwender haben die Bedeutung dieser Zeichen für alle verbindlich festgelegt, so daß sie oft mehrdeutig verwendet werden.

Aus Sicht der Anwender ist die einheitliche Verwendung der folgenden schon durch Normen in ihrer Bedeutung festgelegten Zeichen dringend erwünscht. Auch der reine Mathematiker – in der Wahl seiner Zeichen grundsätzlich frei – wird sich diesem Wunsch anschließen, wenn er auch von Anwendern verstanden werden will.

Die nachfolgenden Hinweise beziehen sich auf die DIN-Normen bzw. ISO 31-Norm, siehe [1] und [2].

1.  $\mathbb{N}$  bezeichnet die Menge der natürlichen Zahlen einschließlich Null.

DIN 1302 Nr 5.1 und ISO 31-11-4.9

Der Ausschluß der Null wird, wie auch bei  $\mathbb{Z}$ ,  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{R}$  und  $\mathbb{C}$  durch einen hochgestellten Stern gekennzeichnet, also  $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$ .

2. Häufig benötigte Teilmengen von  $\mathbb{R}$ , aber auch  $\mathbb{Q}$ ,  $\mathbb{Z}$  und  $\mathbb{N}$  werden nach DIN 1302, Abschnitt 7 in der Neufassung vom Dezember 1999 wie folgt bezeichnet:  $\mathbb{R}_{>0}$ ,  $\mathbb{R}_{\geq 0}$ ,  $\mathbb{R}_{<0}$  und analog  $\mathbb{R}_{>8}$ ,  $\mathbb{Z}_{\leq -7}$  usw.

Diese Zeichen gibt es erst seit etwa 20 Jahren, sie sind selbsterklärend und setzen sich nach meinen Beobachtungen immer mehr durch.

3. Wünschenswert ist eine einheitliche Verwendung der Zeichen  $\subset$ ,  $\subsetneq$  ( $\subsetneq$ ),  $\subseteq$  ( $\subseteq$ ) aus der Mengenlehre. Hier kristallisieren sich zwei geschlossene Versionen heraus:

a)  $A \subset B$ :  $A$  ist echte Teilmenge von  $B$

$A \subseteq B$ :  $A$  ist Teilmenge von  $B$ , Gleichheit nicht ausgeschlossen

Diese Festlegung der Zeichen  $\subset$  und  $\subseteq$  empfiehlt ISO 31-11-4.18/4.19. Sie ist dem Gebrauch der allgemein bekannten Zeichen  $<$  und  $\leq$  nachgebildet und wirkt daher natürlich.

- b)  $A \subsetneq B$ :  $A$  ist echte Teilmenge von  $B$   
 $A \subseteq B$ :  $A$  ist Teilmenge von  $B$ , Gleichheit nicht ausgeschlossen

Diese Festlegung der Zeichen  $\subsetneq$  und  $\subseteq$  empfiehlt DIN 5473 Nr 4.7/4.8. Sie hat den Vorteil, daß das Zeichen  $\subset$  überhaupt nicht auftritt, weil es in der Literatur in verschiedener Bedeutung verwendet wird. Ich persönlich bevorzuge die Version a).

4. Am schwierigsten wird sich eine einheitliche Bezeichnung beim Logarithmus durchsetzen, weil hier auch technisch schon einiges festgelegt ist, was sich (wohl) nicht mehr ändern läßt.

DIN 1302 Abschnitt 12 und ISO 31-11 Abschnitt 8 empfehlen einheitlich

$\log_a x$  als Bezeichnung für den Logarithmus der positiven reellen Zahl  $x$  zur Basis  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ,

$\ln$  für  $\log_e$ , obwohl in der reinen Mathematik für den logarithmus naturalis meist  $\log x$  geschrieben wird,

$\lg$  für  $\log_{10}$ , obwohl auf Taschenrechnern  $\log x$  technisch festgelegt ist,

$\lg$  für  $\log_2$ .

5. Für Intervalle wurden in der alten Fassung von DIN 1302 die Bezeichnungen  $(a, b)$ ,  $(a, b]$ ,  $[a, b)$ ,  $[a, b]$  empfohlen. Bei der kürzlich durchgeführten Überarbeitung dieses Normblattes (im Dezember 1999 neu erschienen) werden die Bezeichnungen  $]a, b[$ ,  $]a, b]$ ,  $[a, b[$ ,  $[a, b]$  an erster Stelle genannt und obigen „alte“ Bezeichnungen erst an zweiter Stelle, wie das die ISO-Norm ebenfalls tat.

## 6. Zeichen im Umkreis des Gleichheitszeichens

= Zeichen für Gleichheit (DIN 1302 Nr 2.1, ISO 31-11-5.1)

Das Zeichen  $\equiv$  wird in der Zahlentheorie bei Kongruenzen verwendet. Deshalb sollte es nicht mehr als Identitätszeichen benutzt werden. Statt  $f(x) \equiv g(x)$  genügt einfach  $f = g$  oder ausführlicher:  $\forall x \in D : f(x) = g(x)$ .

$\hat{=}$  Zeichen für Entsprechung (DIN 1302 Nr 1.4, ISO 31-11-5.4)

Dieses Zeichen wird schon weitgehend einheitlich verwendet.

$\sim$  Dieses Zeichen tritt in verschiedener Bedeutung auf.

a) Zeichen für Proportionalität (DIN 1302 Nr 2.14, ISO 31-11-5.6)

Im englischsprachigen Raum ist hier das Zeichen  $\propto$  üblich.

b) Zeichen für Ähnlichkeit, insbesondere in der Schulgeometrie

c) Zeichen für Zuordnung, z. B. wird durch  $f(x) \sim \sum_{k=0}^{\infty} \frac{a_k}{x^k}$  der für  $x > 0$  erklärten Funktion ihre asymptotische Reihe zugeordnet.

d) Zeichen für Gleichmächtigkeit zweier Mengen, z. B.  $\mathbb{R}_{\geq 0} \sim ]0, 1[$ .

e) Zeichen bei Äquivalenzrelationen.

$\approx$  Zeichen für annähernde Gleichheit (DIN 1302 Nr 1.1, ISO 31-11-5.5)

Dieses Zeichen wird schon weitgehend einheitlich verwendet.

$\simeq$  Zeichen f. asymptotische Gleichheit (DIN 1302 Nr 9.8, ISO 31-11-7.7)

Anstelle von  $\simeq$  verwenden einige Autoren das Zeichen  $\sim$ , was aber nicht empfohlen wird (s. o.).

$\cong$  Zeichen für Kongruenz (DIN 1302 Nr 8.20, nicht in ISO 31-11)

Dieses Zeichen wird sinnvollerweise auch als Zeichen für Isomorphie verwendet.

Leider gibt es bis heute keine mathematische Institution, die sich mit der internationalen Harmonisierung mathematischer Zeichen und Begriffe befaßt. Physiker und Chemiker haben es besser: Die Kommission für Symbole und Einheiten (units) und Nomenklatur (SUN-Kommission) der internationalen Union für reine und angewandte Physik (IUPAP) und ihr Pendant IUPAC bei den Chemikern befassen sich mit terminologischen Fragen und nehmen Einfluß auf die internationale Normung. Diese ist Aufgabe der International Organisation for Standardization (ISO) mit Sitz in Genf.

Im Gegensatz zur Physik und Chemie gibt es aber nur eine einzige internationale Norm zur Mathematik (aus dem Jahre 1992), nämlich ISO 31-11 – Mathematical signs and symbols for use in physical sciences and technology. Dieser 11. Teil der Norm ISO 31 (Quantities and Units) wurde jedoch nicht von Mathematikern, sondern von Physikern und Ingenieuren erarbeitet, was man ihm deutlich ansehen kann.

In der ISO sind die nationalen Normenorganisationen vieler Länder der Erde vertreten, Deutschland durch das Deutsche Institut für Normierung (DIN). Das DIN hat im Laufe der Zeit sechzehn DIN-Normen zum Fachgebiet Mathematik erarbeitet, die bis auf DIN 1315 (Winkel: Begriffe, Einheiten) in [1] enthalten sind.

Die Internationale Mathematische Union (IMU) hat bisher kein Interesse gezeigt, an der Vereinheitlichung mathematischer Zeichen und Begriffe mitzuwirken. Andererseits können die ISO-Normen demnächst europäisches Recht werden, müssen dann also in offiziellen Dokumenten verwendet werden. Daher ist man im DIN seit Jahren bemüht, mit eigenen mathematischen Normen, die mit ihren präzisen Begriffserklärungen alles andere als Trivialitätensammlungen sind, die Vereinheitlichung mathematischer Zeichen und Begriffe auf eine tragfähige Grundlage zu stellen.

Die Arbeit der beim Ausschuß Einheiten und Formelgrößen (AEF im DIN) ehrenamtlich tätigen Mathematiker ist manchmal undankbar, aber immer notwendig, steht sie doch unter dem Motto: Pedantisch sein mag peinlich sein, unklar sein aber ist verboten.

Neue Mitarbeiter sind immer willkommen.

## Literaturverzeichnis

[1] DIN-Taschenbuch 202, 2. Auflage 1994, ISBN 3-410-12954-5, (etwa 160 DM)

[2] ISO Standards Handbook – Quantities and Units, 3. Auflage 1993, ISBN 92-67-10185-4, (etwa 230 DM)

*Prof. Dr. Gerhard Brecht, Itzehoe*

Anschrift: Prof. Dr. Gerhard Brecht, Eckenerweg 29, 25524 Itzehoe  
Tel. (04821) 92941, e-Mail: Gerhard.Brecht@web.de

Der Autor war von 1985 bis 1992 und 1995 bis 1999 Obmann der Aufgabe 44 (Mathematische Zeichen) des AEF im DIN.